

國立宜蘭大學 104 年度第一次微積分競試試題

※注意事項※

1. 考試時間為 100 分鐘，考試開始 10 分鐘後不得入場，考試期間不得離開考場；考試期間亦禁止使用字典、計算機、及任何通訊器材。
2. 選擇部分試題共計 20 題，每題 4 分，試題答案請依題號填入答案卡，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1 分，倒扣到總分數零分為止，未作答者，不給分亦不倒扣。
3. 請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。作答範例：若第 1 題試題選項為(A)3 (B)5 (C)7 (D)9 (E)11，而正確的答案為選項(A)3 時，請在答案卷上劃記（請實心填滿或大部分填滿）如下圖範例：

國立宜蘭大學102年度第二次微積分競試答案卷

系列：_____ 年級：_____

姓名：_____ 學號：_____


學號

1	⊙	⊙	⊙	⊙
2	⊙	⊙	⊙	⊙
3	⊙	⊙	⊙	⊙
4	⊙	⊙	⊙	⊙
5	⊙	⊙	⊙	⊙
6	⊙	⊙	⊙	⊙
7	⊙	⊙	⊙	⊙
8	⊙	⊙	⊙	⊙
9	⊙	⊙	⊙	⊙
10	⊙	⊙	⊙	⊙

1. 請使用2B鉛筆作答。
2. 塗抹要徹底，清晰，不可出格，標記要清楚，塗黑處越粗越好，不潔，亦為機器所接受，禁止用修正液。
3. 答題須修改答案，請用橡皮擦，請勿使用立可白或其他修正液。

※劃記範例
正確 ● 錯誤 ⊙ ⊙ ⊙ ⊙

11	⊙	⊙	⊙	⊙
12	⊙	⊙	⊙	⊙
13	⊙	⊙	⊙	⊙
14	⊙	⊙	⊙	⊙
15	⊙	⊙	⊙	⊙



祝考試順利!!

第一部分:單選題 20 題，每題答對得 4 分，答錯或選項多於一個者倒扣一分，未作答者不予計分。

1. Evaluate $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x} = ?$

- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1 (E) -2

2. Evaluate $\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h} \int_x^{x+h} \frac{dx}{\sqrt{u^8 + 1 - u}} = ?$

- (A) $\frac{1}{\sqrt{x^8 + 1 - x}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{x^8 - 1 - x}}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{x^8 + 1 + x}}$ (D) $\frac{-1}{\sqrt{x^8 + 1 - x}}$ (E) $\frac{1}{\sqrt{x^8 - 1 + x}}$

3. Evaluate $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \ln \frac{x}{e^x} = ?$

- (A) ∞ (B) 0 (C) 1 (D) -1 (E) $-\infty$

4. Evaluate $\int_0^1 \ln x dx = ?$

- (A) ∞ (B) 0 (C) 1 (D) -1 (E) None of the above

5. Evaluate $\int \tan^{-1} x dx = ?$

(A) $x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$ (B) $x \tan^{-1} x - 2 \ln(x^2 + 1) + C$

(C) $\tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$ (D) $x \tan^{-1} x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$

(E) $\tan^{-1} x - \ln(x^2 - 1) + C$

6. If $y = \frac{(1+x)^2}{x}$, please find $\frac{d^2 y}{dx^2} = ?$

- (A) $\frac{2(1+x)}{x^4}$ (B) $\frac{2(1+x)}{x^3}$ (C) $\frac{2(1+x)}{x^2}$ (D) $\frac{2}{x^3}$ (E) $\frac{-2}{x^3}$

7. Evaluate $\frac{d}{dx}(4^{2x^2}) = ?$

- (A) $4x^2 \cdot 4^{2x^2-1}$ (B) $4^{4x^2} \cdot \ln 4$ (C) $4^{2x^2} \cdot \log 4$ (D) $\ln 4 \cdot 4^{2x^2} \cdot 4x$ (E) $\log 4 \cdot 4^{4x^2} \cdot 4x$

8. Evaluate $\int \csc 2x dx = ? + C$

(A) $\ln|\csc 2x + \cot 2x|$ (B) $\ln|\csc 2x - \cot 2x|$ (C) $\frac{-1}{2}\ln|\csc 2x + \cot 2x|$

(D) $\frac{1}{2}\ln|\csc 2x + \cot 2x|$ (E) $\frac{1}{2}\ln|\csc 2x - \cot 2x|$

9. Considering a function $\cos(xy) = 4y \arcsin(x-1)$, please find the equation of normal line at point $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$

(A) $y - \frac{\pi}{2} = \frac{2}{5\pi}(x-1)$ (B) $y - \frac{\pi}{2} = \frac{-2}{5\pi}(x-1)$ (C) $y - \frac{\pi}{2} = \frac{4}{5\pi}(x-1)$

(D) $y - \frac{\pi}{2} = \frac{-5}{2\pi}(x-1)$ (E) $y - \frac{\pi}{2} = \frac{-4}{5\pi}(x-1)$

10. Find the volume of the solid of the revolution formed by revolving the region bounded $y = 2 - \frac{x^2}{25}$ by and the x-axis $0 \leq x \leq 5$ about the x-axis.

(A) π (B) 2π (C) 1 (D) $\frac{1}{\pi}$ (E) $\frac{2\pi}{5}$

11. If $f(x)$ is continuous on $[0, 4]$ and differentiable in $(0, 4)$. Suppose that $f(0) = 2$ and $3 < f'(x) < 4$ for all x in $(0, 4)$. Find a possible value of $f(4)$

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

12. Evaluate $\int_4^5 \frac{x}{x^2 - 5x + 6} dx = ?$

(A) $2\ln 2 - 2\ln 3$ (B) $5\ln 2 - 2\ln 3$ (C) $3\ln 2 - 2\ln 3$ (D) $2\ln 2 - \ln 3$
(E) $4\ln 2 - 3\ln 3$

13. If n are natural number, please evaluate $\int_0^\pi \sin^2 nx dx = ?$

(A) π (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $n\pi$ (D) $\frac{n\pi}{2}$ (E) 3π

14. If $y = \tan(3x^5 + x - 2)$, please evaluate $\frac{dy}{dx} = ?$

(A) $(15x^4 + 1)\cos^2(3x^5 + x - 2)$ (B) $(15x^4 + 1)\sec^2(3x^5 + x - 2)$

(C) $(15x^4 + 1)\sin^2(3x^5 + x - 2)$ (D) $(15x^4 + 1)\csc^2(3x^5 + x - 2)$

(E) None of the above

15. If $f(x) = |x + 5|$, then $f(x)$ at $5 = ?$

(A) Differentiable (B) Discontinuous (C) Continuous, but not differentiable
(D) Limit does not exist (E) None of the above

16. If $f(x) = 2x^5 + 3x^2 - 12x - 4$ in $[-3, 3]$, please evaluate the maximum and minimum?

- (A) (41,12) (B) (41,11) (C) (11,-41) (D) (41,-11) (E) (-11,-41)

17. Evaluate $\int_0^{\ln 2} 2e^{-x} \sinh x dx$

- (A) $\ln 2 - \frac{1}{2}$ (B) $\ln 2 + \frac{3}{8}$ (C) $\ln 2 - \frac{1}{4}$ (D) $\ln 2 + \frac{3}{4}$ (E) $\ln 2 - \frac{3}{8}$

18. Evaluate $\int \frac{25x^2 + 20x + 4}{125x^3 + 150x^2 + 60x + 18} dx = ?$

- (A) $\frac{1}{5} \ln|5x+3| + c$ (B) $\frac{1}{3} \ln|3x-2| + c$ (C) $\frac{1}{5} \ln|5x+2| + c$
 (D) $\frac{1}{5} \ln|5x-2| + c$ (E) $\frac{1}{7} \ln|7x+2| + c$

19. Evaluate $\int \frac{2x^3 - 4x^2 - 5x + 7}{x^2 - 2x - 3} dx = ?$

- (A) $x^2 - 2 \ln|x-3| + 3 \ln|x+1| + c$ (B) $x^2 + 2 \ln|x-2| - 3 \ln|x+1| + c$
 (C) $x^2 + 3 \ln|x-2| - 2 \ln|x+3| + c$ (D) $x^2 + 4 \ln|x+1| + 2 \ln|x+2| + c$
 (E) $x^2 + \ln|x-1| - 3 \ln|x-2| + c$

20. 設銀行年利率為 r ，每年複利 n 次，本金為 P ，此銀行採連續複利，此時

$$\Rightarrow P_t = \lim_{n \rightarrow \infty} P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$$

若阿華在年初向銀行存了 100 萬，年利率為 3%，若阿華希望領取 4 倍，則需至少等幾年？

- (A) 43 (B) 45 (C) 47 (D) 49 (E) 51

第二部分：非選擇題兩題，共計20分，請將答案用黑藍色原子筆寫在
答案紙上。